



**Dispersión de polución en medio acuático,
aproximación numérica y simulación
computacional- Bahía de Buenaventura-Colombia**

Autor: Denis Cajas

Institución: Universidade Estadual de Campinas-Brasil

Resumen

Alrededor del 70% - 80% de la contaminación marina global es producto de las actividades humanas. El 90% de los contaminantes es transportado por los ríos hasta mar. Por otro lado, gran porcentaje de la población mundial se ubica en los litorales o cerca de ellos, una proporción significativa de los desechos que allí se producen se deposita directamente en el océano. Teniendo en cuenta la importancia de los recursos naturales y el aprovechamiento de los mismos de forma sustentable, este trabajo se enfoca en un caso particular en el suroeste del pacífico colombiano, en la Bahía de Buenaventura en el departamento del Valle del Cauca. El modelo clásico para representar matemáticamente la dispersión de contaminantes en medios acuáticos, es el modelo que involucra la ecuación de Difusión-Advección, este modelo describe las principales características a considerar para nuestro estudio del problema de polución de la bahía, con sus respectivas condiciones de frontera del entorno natural.

Resolveremos numéricamente el modelo, usando el método de diferencias finitas para la variable espacial y el método de Crank Nicolson para la discretización de la variable temporal. Presentaremos simulaciones computacionales del comportamiento evolutivo de la concentración de polución en la bahía.

Las simulaciones nos permiten corroborar, investigaciones sobre los niveles de contaminación que supera los límites de la norma, vemos que los vientos y la geomorfología de la bahía hacen que la polución aumente considerablemente, también corroboramos las afirmaciones de los periódicos, donde expresan las quejas de los moradores de la región de Bazán, que aseguran que la polución llega hasta sus playas.

Estos resultados nos permiten juzgar mejor lo que está ocurriendo o podría ocurrir. Podemos también dar una estimativa del tiempo de recuperación de las aguas, si las entidades gubernamentales implementaran mecanismos de mitigación al problema ambiental.

Palabras clave: Impacto ambiental, Ecología, Ecosistemas estuariales, Dispersión de poluentes, Bahía de Buenaventura; Modelamiento matemático, Simulaciones computacional.

1. Introducción

Según Escobar J. (2003), alrededor del 70% -75% de la contaminación marina global es el resultado de las actividades humanas en la tierra, el 90% de los contaminantes son transportado por los ríos hasta el mar. Además, entre 70% y 80% de la población (cerca de unos 2,7 billones de personas, según las Naciones Unidas (ONU)) está situado en los litorales o cerca de ellos, una proporción significativa de los residuos producidos especialmente en las zonas urbanas se deposita directamente en el mar.

Así con el crecimiento de la población en los litorales también aumenta el interés en la expansión de las fronteras comerciales en esta expansión se destacan los puertos marítimos, ya que por su ubicación estratégica son responsables de más del 80% del comercio mundial, según estadísticas proporcionadas por la Organización Mundial de Comercio (OMC), ver Logística (2008).

El impacto ambiental de las aguas costeras de los puertos es bastante significativo, por la cantidad de residuos sólidos y aguas residuales de todo tipo, la actividad portuaria aumenta la movilización de carga y descarga de mercancías, el embarque y desembarque de pasajeros lo que incentiva el crecimiento de las ciudades, del comercio informal, las industrias y otras actividades como la pesca y el turismo, haciendo de los puertos una zona multifuncional en crecimiento, sometiendo los alrededores los cambios geográficos y estructurales.

Todos estos cambios pueden traer graves consecuencias para muchos ecosistemas acuáticos y los ecosistemas marinos costeros, algunos únicos en el mundo, como estuarios, manglares, arrecifes de coral, humedales, lagunas costeras y puntos de interfaz entre tierra y mar, algunos de estos cuerpos de agua con movimiento limitado.

Teniendo en cuenta la importancia de la conservación de los recursos naturales y el uso mismo de una manera sostenible, esta investigación se centra en un caso particular, en el sudoeste del litoral pacífico colombiano, en la bahía de Buenaventura, en el departamento del Valle del Cauca.

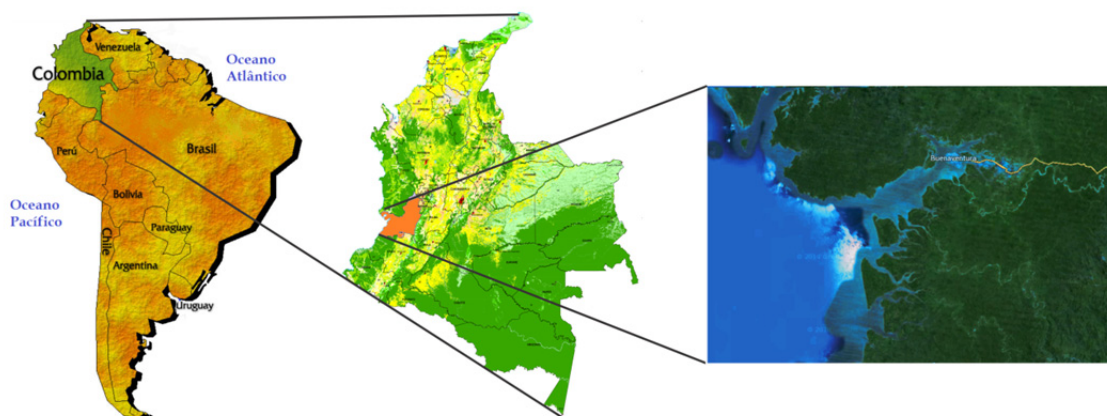


Figura 1: Bahía de Buenaventura

Longitud Oeste: $-77^{\circ} 11' 0.87''$ y $-77^{\circ} 1' 35.51''$

Latitud Norte: $3^{\circ} 55' 19.51''$ y $3^{\circ} 44' 58.32''$

Investigadores del Comité de Acción Ecológica CAE y la sede regional del pacífico de la Universidad del Valle, realizó un estudio preliminar según, Escobar J. Cesar, fueron encontrados 1.100 NMP (número más probable) de coliformes por cien 100ml de agua, valor que excede la norma Decreto No. 1594 del 26 de junio de 1984.

Los investigadores recolectaron muestras de los sedimentos en el puente Él Pinal, en un drenaje de alcantarillado, entre los resultados de esta investigación se verificó que en marea baja la contaminación de las aguas del frente del muelle turístico, excede 160 veces la norma para contacto primario para coliformes totales e igualmente supera 800 veces la misma norma para coliformes fecales en cuerpos acuáticos. Además en las aguas de la bahía desembocan más de 40 drenajes de alcantarilla sin tratamiento alguno.



Foto de CAE Univalle

Figura 2: Drenaje de alcantarilla en el puente Él Pinal

"A pesar de que los cuerpos de agua salada tienen capacidad para autodepurarse, es decir deshacerse de forma natural de las bacterias, la descarga de aguas residuales es tanta que el sistema defensivo o bactericida de la bahía ya no es suficiente", afirma el Biólogo Escobar J. César.

2. Modelo matemático

Los fenómenos reales son sistemas excesivamente complejos, cuyos comportamientos son difíciles de observar, si tenemos en cuenta todos sus detalles. Los modelos consisten exactamente en restringir el campo de estudio apropiadamente de tal forma que el problema sea tratable y al mismo tiempo mantenga su relevancia, ver Bassanezi y Ferreira (1988).

El modelo clásico por el cual representamos matemáticamente el problema de la dispersión de la concentración de contaminantes en medios acuáticos, es el modelo que involucra a la ecuación de Difusión-Advección, ver Edelstein (1987); Okubo y Levin (2001).

Sea P , la función concentración de contaminantes limitada en espacio y tiempo, cuyo dominio espacial es el conjunto Ω no vacío, en el tiempo es el intervalo $I=(0,T]$

$P(x_i, y_j, t_n)$, representa la concentración de contaminante en el punto $(x_i, y_j) \in \Omega$ en el tiempo $t_n \in I$, por simplicidad lo vamos a escribir P . En general este modelo dado por:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\text{div}\{\text{Flujo}\} - \{\text{Decaimiento}\} + \{\text{Fuente}\} \quad (1)$$

Ecuación involucrada con los principios de conservación de las masas. Además, es pertinente mencionar a Vásquez J. C. y Meyer J. F. C. A (2005), como describen estos términos involucrados en la ecuación (1).

2.1. Flujo

Físicamente, la dispersión de una sustancia en un determinado medio es la acción conjunta de los siguientes procesos:

2.1.1. Flujo difusivo

El movimiento browniano de las moléculas de una sustancia es la difusión microscópica. Esta más la difusión macroscópica debido a la tensión superficial, constituyen la llamada difusión efectiva por Okubo y Levin (2001).

Por la ley de Fick asumimos que la materia tiene una tendencia a propagarse de tal forma que va ocupando el espacio físico de la manera más regular posible, es decir que la materia se mueve de lugares de mayor concentración a menor concentración Bassanezi y Ferreira (1988). Por lo tanto, es razonable suponer que la variación de la concentración se da en la forma clásica:

$$J_1(x, y, t) = -\alpha(x, y, t, P)\nabla P(x, y, t)$$

$\alpha(x, y, t, P)$ representa el valor de difusibilidad en el punto (x, y) , no instante t es natural intuir que en ciertas situaciones y en lugares donde la concentración es mayor, las partículas experimentan una menor difusibilidad, de ahí, este parámetro α puede también depender

de la concentración propia P . El gradiente de P se considera solamente en relación con las coordenadas espaciales.

2.1.2. Flujo advectivo.

Es el movimiento provocado por agentes externos, como el campo de velocidades en el medio. En este caso específico, corrientes inducidas tales como, vientos, mareas, etc. Si el agente externo que provoca el movimiento de la sustancia está definido por un campo de velocidades $V(x,y,t)$ en el punto (x,y) en el tiempo t , entonces el flujo advectivo es proporcional a la concentración P .

$$J_2(x, y, t) = V(x, y, t)P(x, y, t)$$

Así, el flujo por difusión efectiva y transporte advectivo está dado por:

$$J(x, y, t) = J_1(x, y, t) + J_2(x, y, t)$$

$$J(x, y, t) = -\alpha(x, y, t)\nabla P(x, y, t) + V(x, y, t)P(x, y, t) \quad (2)$$

2.2. Decaimiento

El decaimiento, es un proceso constituido por las alteraciones sufridos por las sustancia con en el paso del tiempo, entre otras causas están la fotodegradación, biodegradación y precipitación. En muchas situaciones, se asume que la pérdida de sustancia es linealmente proporcional a la cantidad presente en el medio. Representamos el decaimiento de la concentración de contaminantes en el medio en el punto (x,y) en el tiempo t como $\sigma(x,y,t)$.

2.3. Fuentes

Las fuentes y sumideros son el medio por el cual la sustancia es introducida y es retirada del medio respectivamente. Por ejemplo, los emisarios (denominados en el medio como dispersores) a través de la cual se vierten las aguas residuales de las ciudades en medios acuáticos, son un caso específico de una fuente contaminadora, denotaremos la fuente como $f(x,y,t)$.

Sustituyendo (2) en la ecuación (1) en un instante al azar, por lo tanto, tenemos;

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{div}(\alpha\nabla P - VP) - \sigma P + f \quad (3)$$

Considerando coeficiente de difusibilidad efectiva constante y el campo de velocidad V conservativo, obtenemos:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \alpha \Delta P - \nabla \nabla P - \sigma P + f \quad (4)$$

3. Tratamiento numérico del modelo matemático

Para resolver numéricamente el modelo vamos a seguir los siguientes pasos:

- Discretizar el dominio Ω , "región donde buscamos la solución"
- Discretización de las derivadas de la ecuación del modelo.

3.1. Discretización del Dominio

El dominio Ω a ser estudiado representa la superficie de las aguas de la bahía de Buenaventura, comprendida entre los meridianos de coordenadas: $77^\circ 11' 0.87''$ y $77^\circ 1' 35.5''$ longitud oeste, y los paralelos: $3^\circ 55' 19.51''$ e $3^\circ 44' 58.32''$ latitud norte, que encuadra en un área de $333,1368 \text{ km}^2$ con 17.47 km de ancho y 19.08 km de largo.

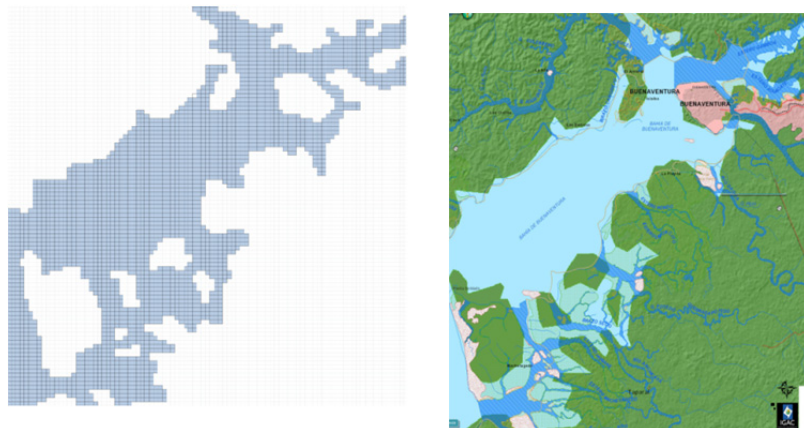


Figura 3: Discretización del dominio.

Sin pérdida de ambigüedad consideramos $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ como la representación geométrica discreta de puntos (x,y) de la malla que corresponde a la superficie del agua. La malla tiene espaciado horizontal Δx y espaciado vertical Δy .

Vamos a observar el comportamiento de la concentración de contaminante en un intervalo de tiempo $I=(0,T]$, el cual vamos a dividir en N subintervalos de tiempo de igual tamaño Δt , donde $\Delta t=T/N$.

3.2. Discretización del Modelo

A vista de utilizar el método de Crank Nicolson, vamos a considerar el modelo en el instante intermedio $t_{(n+\Delta/2)} \in (t_n, t_{(n+1)})$ y considerando los parámetros α y σ constantes, tenemos:

$$\frac{\partial P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial t} = \underbrace{\alpha \Delta P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{difusão}} - \underbrace{VVP_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{advecção}} - \underbrace{\sigma P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{decaimiento}} + \underbrace{f_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{fonte}} \quad (5)$$

Donde:

- $P_{(i,j)}^{(n+1/2)}=P(x_i,y_j,t_{(n+\Delta/2)})$: representa la concentración de contaminante en el punto $(x_i,y_j) \in \Omega$, en el instante $t_{(n+\Delta/2)}$.
- $f_{(i,j)}^{(n+1/2)}$: representa la fuente de contaminación en el punto $(x_i,y_j) \in \Omega$, en el instante $t_{(n+\Delta/2)}$.
- $V=(u,v)$: representa el campo de velocidades del viento.
- α : representa el coeficiente de dispersión de contaminantes.
- σ : representa la tasa de decaimiento de la concentración de contaminantes.

3.2.1. Discretización espacio temporal del modelo

Para cada punto $[(x)_i,y_j]$ de la malla de la Figura 3, la discretización de $P_{(i,j)}$ en un tiempo arbitrario, está dado por el valor de sus cuatro vecinos adyacentes como muestra la Figura 4, vamos a denotar estos puntos así, a la izquierda por $P_{(i-1,j)}$, a derecha $P_{(i+1,j)}$, abajo $P_{(i,j-1)}$ y arriba por $P_{(i,j+1)}$.

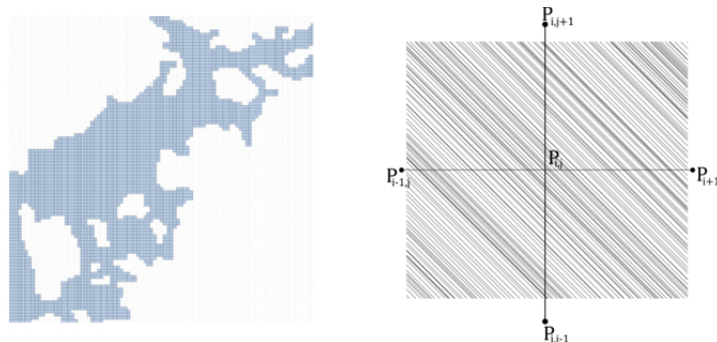


Figura 4: Punto interior del dominio en la malla.

Por la irregularidad del dominio de la discretización resultan ocho tipos de frontera. Dos fronteras verticales, dos horizontales otras esquinas.

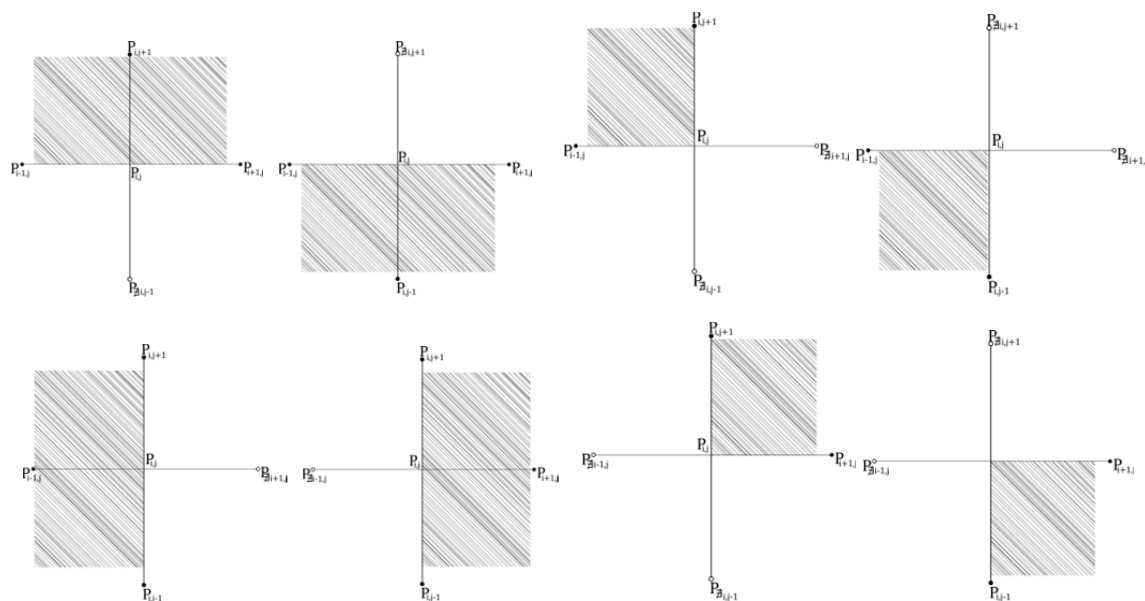


Figura 5: Tipos de Frontera.

Siguiendo el esquema del método Crank-Nicolson para discretización de la variable temporal, el segundo intermediario $t_{n+\frac{1}{2}} \in (t_n, t_{n+1})$, ver Cunha (2003) y LeVeque (2007), usamos la aproximación:

(6)

Por la expansión de Taylor, tenemos una aproximación para

$$P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_{i,j}^{n+1} + P_{i,j}^n}{2} + \mathcal{O}(\Delta t^2), \quad (7)$$

así,

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n}{\Delta t} \approx \alpha \Delta P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \nabla \nabla P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \sigma P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + f_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Discretizaciones espaciales para el Laplaciano usamos aproximaciones para la derivada de segundo orden por diferencias finitas centradas:

$$\frac{\partial^2 P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x^2} = \frac{P_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y^2} = \frac{P_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (10)$$

Utilizando (9) y (10), tenemos una expresión para el término difusivo. Para la discretización de segundo orden del gradiente, usamos aproximaciones de la primera derivada por diferencias finitas centradas.

$$\frac{\partial P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = \frac{P_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - P_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (11)$$

$$\frac{\partial P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} = \frac{P_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - P_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} + \mathcal{O}(\Delta y^2) \quad (12)$$

Así, considerando globalmente el fenómeno advectivo, causado por la marea; las lluvias y vientos, tomamos el campo de velocidades independientes del tiempo $V=(u,v)$ y con las ecuaciones (11), (12) damos una expresión para el término advectivo. Sustitución (6), en las ecuaciones (9), (10), (11) y (12) en cada uno de los términos involucrados en la ecuación (8) y factorando los términos convenientemente para la aproximación $P_{(i,j)}^{n+1}$ en el lado izquierdo y los términos $P_{(i,j)}^n$ en el lado derecho, obtenemos un sistema lineal de la forma:

$$A P^{n+1} = B P^n + c$$

Así la ecuación para puntos interiores está dada por:

$$\begin{aligned} &P_{i-1,i}^{n+1}a_{i-1,i} + P_{i,j-1}^{n+1}a_{i,j-1} + P_{i,j}^{n+1}a_{i,j} + P_{i,j+1}^{n+1}a_{i,j+1} + P_{i+1,j}^{n+1}a_{i+1,j} = \\ &P_{i-1,j}^n b_{i-1,j} + P_{i,j-1}^n b_{i,j-1} + P_{i,j}^n b_{i,j} + P_{i,j+1}^n b_{i,j+1} + P_{i+1,j}^n b_{i+1,j} + c \end{aligned} \quad (13)$$

Donde las matrices $A=a(i,j)_{(i,j)}$ y $B=b(i,j)_{(i,j)}$, con $1 \leq i,j \leq N$, (N es el número total de puntos de la malla) son matrices esparsas y sus elementos no nulos están dadas por:

$$a_{i-1,i} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x}$$

$$b_{i-1,j} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{2\Delta x}$$

$$a_{i,j-1} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{4\Delta y}$$

$$b_{i,j-1} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$$

$$a_{i,j} = 1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2}$$

$$b_{i,j} = 1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2}$$

$$a_{i,j+1} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{4\Delta y}$$

$$b_{i,j+1} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{2\Delta x}$$

$$a_{i+1,j} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x}$$

$$b_{i+1,j} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$$

El término independiente es dado por $c=(c_i)$ é dado por $c_i=\Delta t f_i^{(n+1/2)}$.

4. Condiciones de Frontera

Como describe Bassanezi y Ferreira (1988), muchos problemas pueden representarse con la misma ecuación diferencial de Difusión-Advección, pero no caracteriza ningún problema en particular.

Así para ajustar el modelo a un problema fijo debemos recurrir a información adicional referente a este fenómeno y el al medio que se está estudiando, pues dichas informaciones influirán decisivamente en el comportamiento evolutivo de concentración de contaminantes.

El estado o situación inicial del sistema se conocen como condiciones iniciales y el tipo de interacción que presenta el sistema con el medio físico externo a través de su frontera se denomina condiciones de frontera o condiciones de contorno, estas informaciones que describen el problema influirán en los resultados respecto a la concentración de contaminantes.

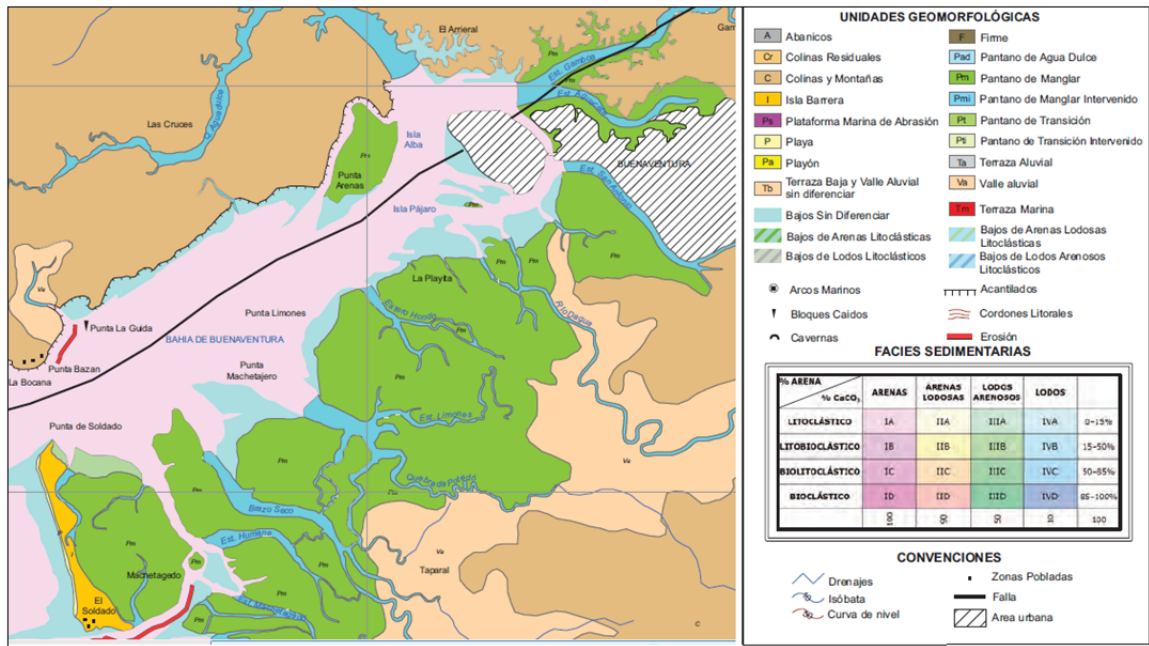


Figura 6: Características de la frontera de la bahía.

La Figura 6, muestra las principales características de los suelos de la frontera de la bahía tenidas en cuenta para las simulaciones ya que pueden generar variaciones significativas en el estudio del comportamiento de la dispersión de contaminantes.

Vamos a considerar el medio ambiente acuático libre de contaminación con condición inicial cero.

La frontera del dominio Ω notada como $\partial\Omega$ es subdividida de acuerdo las características específicas del medio.

$$\partial\Omega = \cup_{i=1}^n \Gamma_i$$

4.1. Condición de Frontera de Robin

$$-\alpha \frac{\partial P(x_i, y_j)}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma} = kP(x_i, y_j) \text{ onde } (x_i, y_j) \in \Gamma \subseteq \partial\Omega \quad (14)$$

La condición de frontera de Robin en el medio, representa la pérdida de concentración de contaminantes en un punto por absorción, el coeficiente de proporcionalidad de la pérdida de contaminante está representado por k.

Según las características naturales mostradas en la Figura 6, las fronteras como los suelos de arena y los suelos blandos barrosos de los manglares, cada uno de estos con una capacidad de absorción de contaminantes diferente.

En la frontera donde no hay absorción de contaminantes, consideramos la condición de frontera de Neumann homogénea, que es un caso particular de la frontera de Robin, con $k=0$.

$$-\alpha \frac{\partial P(x_i, y_j)}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma} = 0 \quad \text{onde, } (x_i, y_j) \in \Gamma \subseteq \partial\Omega \quad (15)$$

4.2. Condições de fronteira de Dirichet homogénea

Usamos la condición de frontera de Dirichlet homogénea en los puntos frontera Γ , donde la función P, es conocida, en nuestro caso las fronteras donde encontramos los acantilados rocosos serán asumidos con concentración cero, así $P(x_i, y_j)=0$.

$$P(x_i, y_j) \Big|_{\Gamma} = 0 \quad \text{onde, } (x_i, y_j) \in \Gamma \subseteq \partial\Omega \quad (16)$$

En las fronteras usamos las respectivas condiciones de contorno, y sustituimos en la ecuación (13), para obtener una expresión para la discretización de los diferentes tipos de fronteras.

5. Simulaciones y análisis de los resultados

Se encuentra bastante información en los últimos 20 años por varios especialistas en diferentes áreas, abordando los problemas ambientales de la bahía, lo que muestra la incidencia del problema, sin embargo ni siempre se consiguen datos en la bibliografía ni con las entidades gubernamentales encargadas.

Así para el desarrollo del modelo matemático y las simulaciones numéricas algunos parámetros fueron tomados de investigaciones relacionadas y otros fueron estimados intentando de la mejor forma posible mantener las características de las condiciones ambientales reales.

Parámetro	Valor / unidad
α	0,05 $[[\text{km}]^2/\text{h}]$
σ	0,1 uc/h

k_1	1,5x $[10]^{-4}$ uc/h
k_2	2,5x $[10]^{-4}$ uc/h
T	24 h
iter	400 i

Tabla 1: Parámetros.

En la Tabla 1, mostramos los parámetros comunes a todas las simulaciones.

Consideraremos para las simulaciones una fuente de emisión de contaminantes registrada en el puente El Pinal y varias posibles fuentes difusas, así llamadas por no tener un punto de lanzamiento específico o porque no advierten un punto fijo de emisión.

Los datos reales de velocidades de los vientos fueron proporcionados por el Programa de Meteorología Aeronáutica del IDEAM, estos datos son tomados a de altura, para el tratamiento de nuestro problema usamos el viento superficial sobre las aguas de la bahía, para esto usamos la ecuación de Ekman, que expresa la velocidad superficial del viento como el del vector viento proporcionado por el IDEAM.

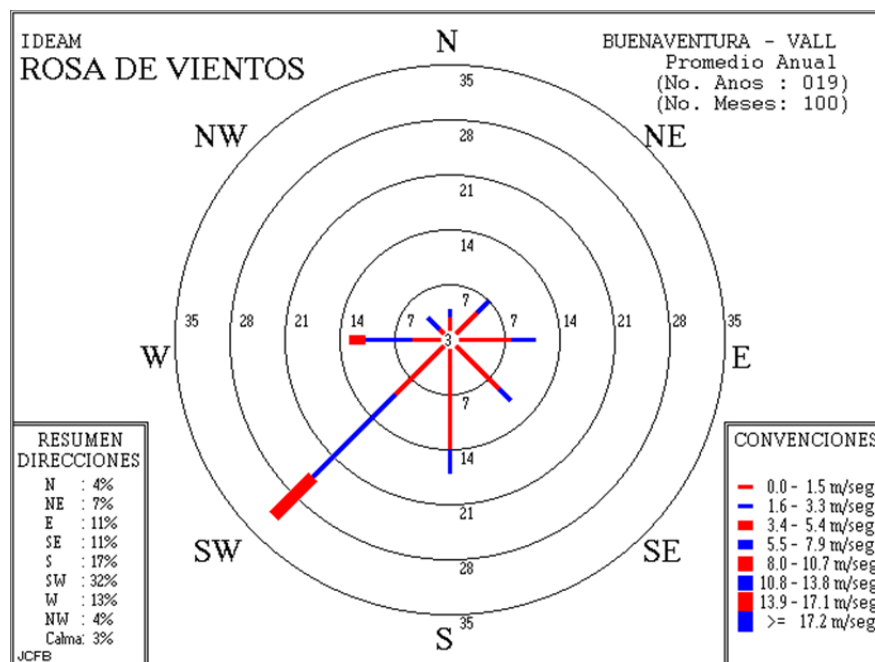


Figura 7: Rosa de los vientos de Buenaventura.

Los algoritmos para las simulaciones fueron programados en el ambiente Matlab, para un tiempo de simulación de 24 horas, con 200 iteraciones.

5.1. Escenario 1

En este escenario estudiaremos el viento predominante como muestra la Figura 7, el viento Suroeste, inicialmente mostramos simulaciones para la velocidad media y posteriormente cuando el viento sudoeste alcanza su velocidad máxima.

Viento con velocidad media de 22,27 km/h, por la ecuación de Ekman la velocidad del viento superficial es de 0,67 km/h.

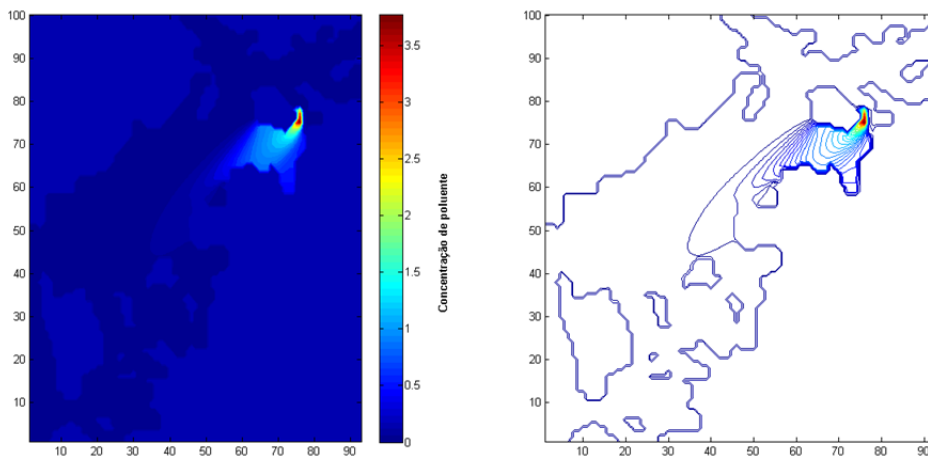


Figura 8: Viento Sudoeste $u=v=-0.47$ km/h.

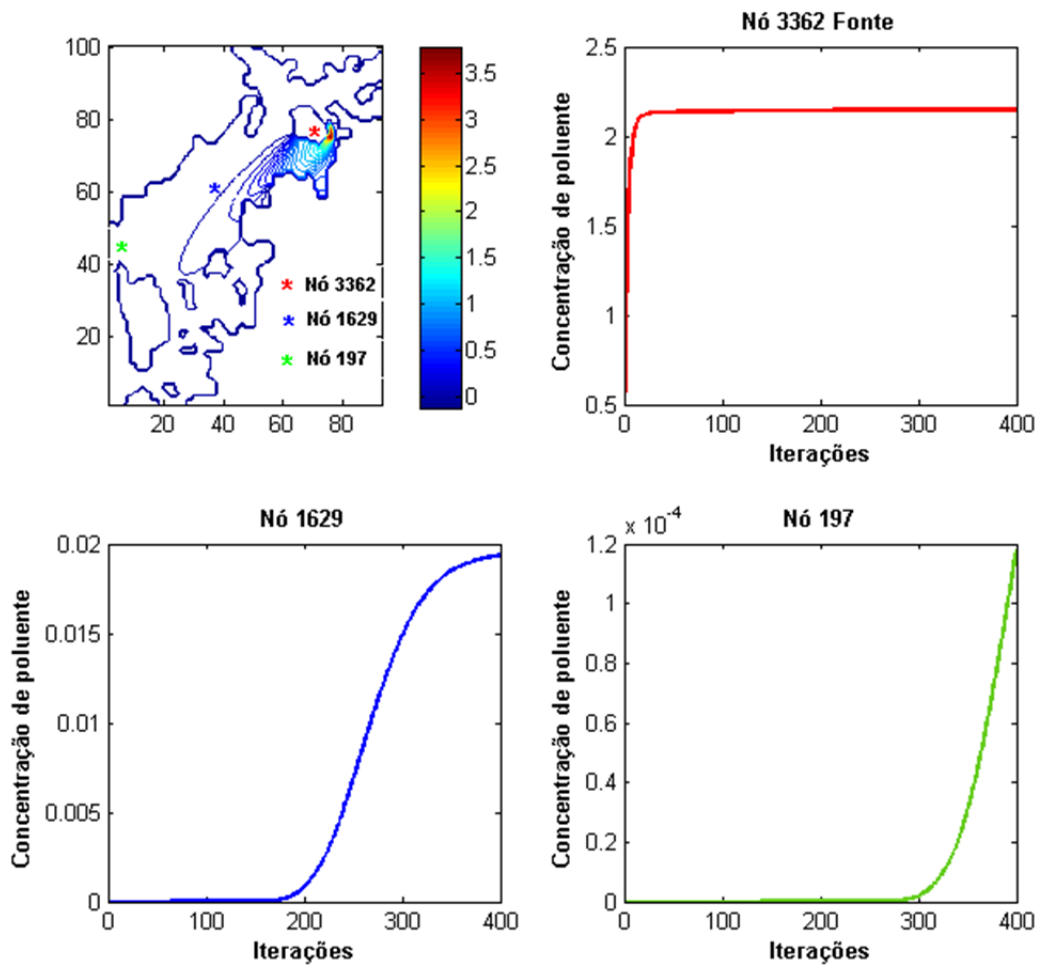


Figura 9: Comportamiento evolutivo puntual de la concentración de contaminante.

En las Figuras 7 y 8, vemos la dispersión del contaminante a pos de 24 h horas partiendo de la fuente contaminadora, en el puente Él Pinal.

La barra a la derecha con la intensidad de sus colores determina la concentración de contaminante, la cual va desde el color azul que significa concentración de contaminante cero, es decir no hay presencia de contaminación hasta el color rojo intenso, significando este la máxima concentración de contaminante.

En la Figura 8, podemos ver la ubicación diferentes puntos en los cuales también se puede ver el comportamiento evolutivo puntual en el tiempo de la concentración de contaminante, vemos que en el punto 3362 cerca a la fuente alcanza su nivel asintótico rápidamente en las primeras iteraciones, el segundo punto 1629, es alcanzado aproximadamente a pos de 12 h y el punto 197, ubicado en la salida de la bahía no es alcanzado por el contaminante.

Para este escenario vemos que la concentración máxima de contaminación es aproximadamente 3,5 uc (uc, unidades de concentración de contaminantes).

Teniendo en cuenta que el viento suroeste presenta un porcentaje de ocurrencia 7%, simulamos el viento suroeste máximo que en la superficie alcanza 8km/h.

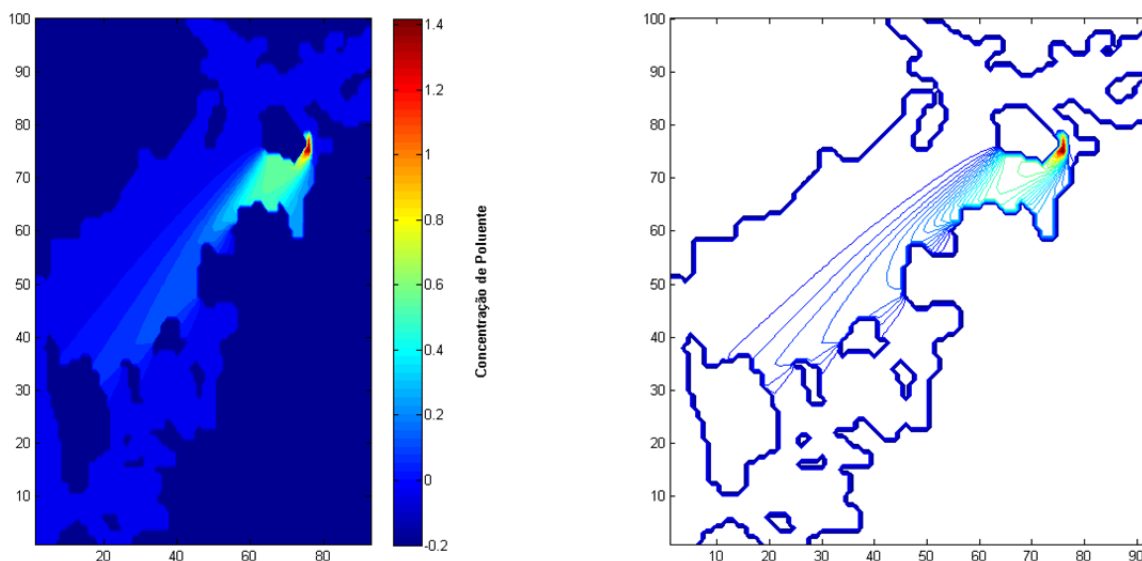


Figura 9: Viento Suroeste máximo, $u=v=-1,30$ km/h.

Como podemos ver en esta última simulación para el viento máximo suroeste la concentración de contaminación bajo de 3,5 uc a 1,4 uc. Siendo así la intensidad del viento ayuda a disolver los contaminantes ayudando a bajar la concentración de los mismos.

5.2. Escenario 2

En este escenario estudiaremos la dispersión de contaminantes en la dirección del viento Sur, como muestra la rosa de los vientos, Figura 7, tomamos la velocidad media 6,54 km/h.

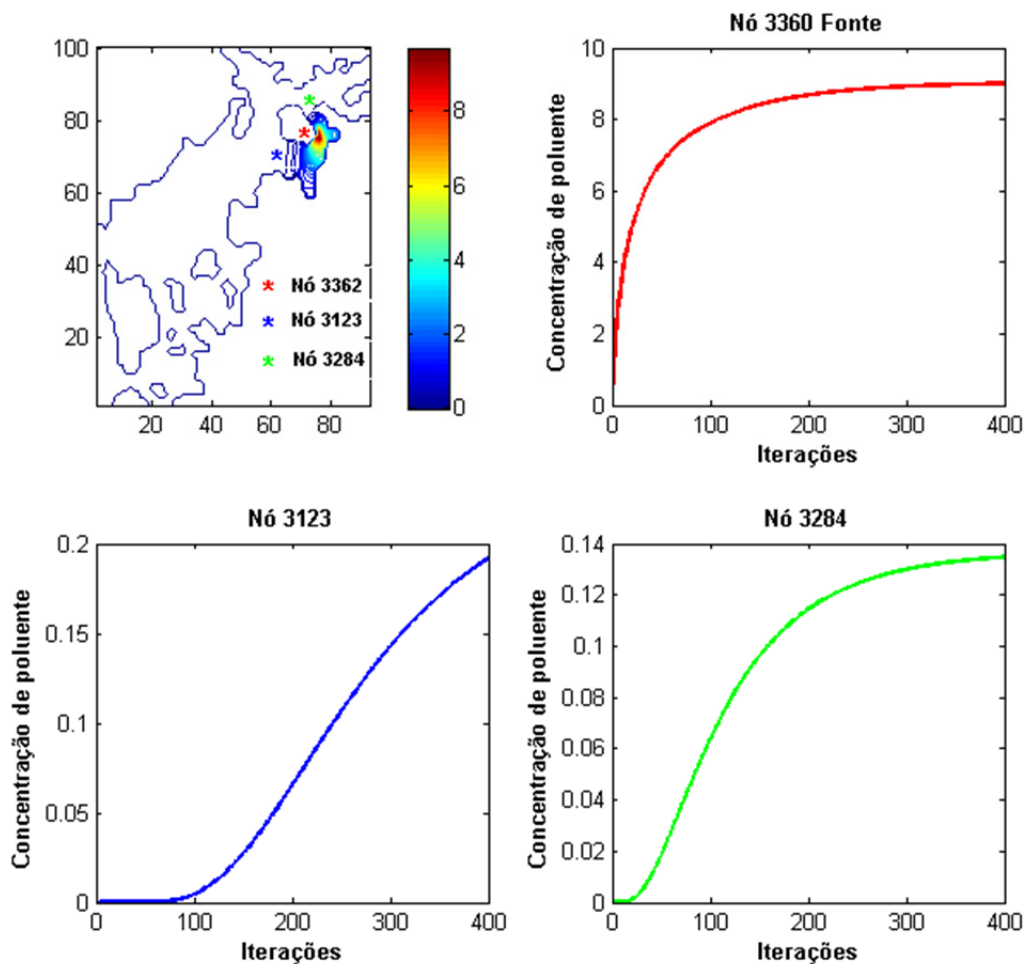


Figura 10: Viento Sur, $u=0.0$ km/h $v=-0,2$ km/h.

En la Figura 10, Fue simulado para un tiempo total de 24 h, con 400 iteraciones podemos ver la ubicación diferentes puntos 3362, 3284 y 3123, cerca de la fuente en los cuales también se puede ver el comportamiento evolutivo puntual en el tiempo de la concentración de contaminante, alcanzado aproximadamente a los 12 h y el punto 197, ubicado en la salida de la bahía no es alcanzado por el contaminante.

Para este escenario vemos que la concentración máxima de contaminación es aproximadamente 8 uc.

5.3. Escenario 3

En este escenario, estudiamos la propagación del contaminante con el viento Oeste, como muestra la rosa de los vientos, el viento oeste tiene una velocidad media de 10,55 km/h

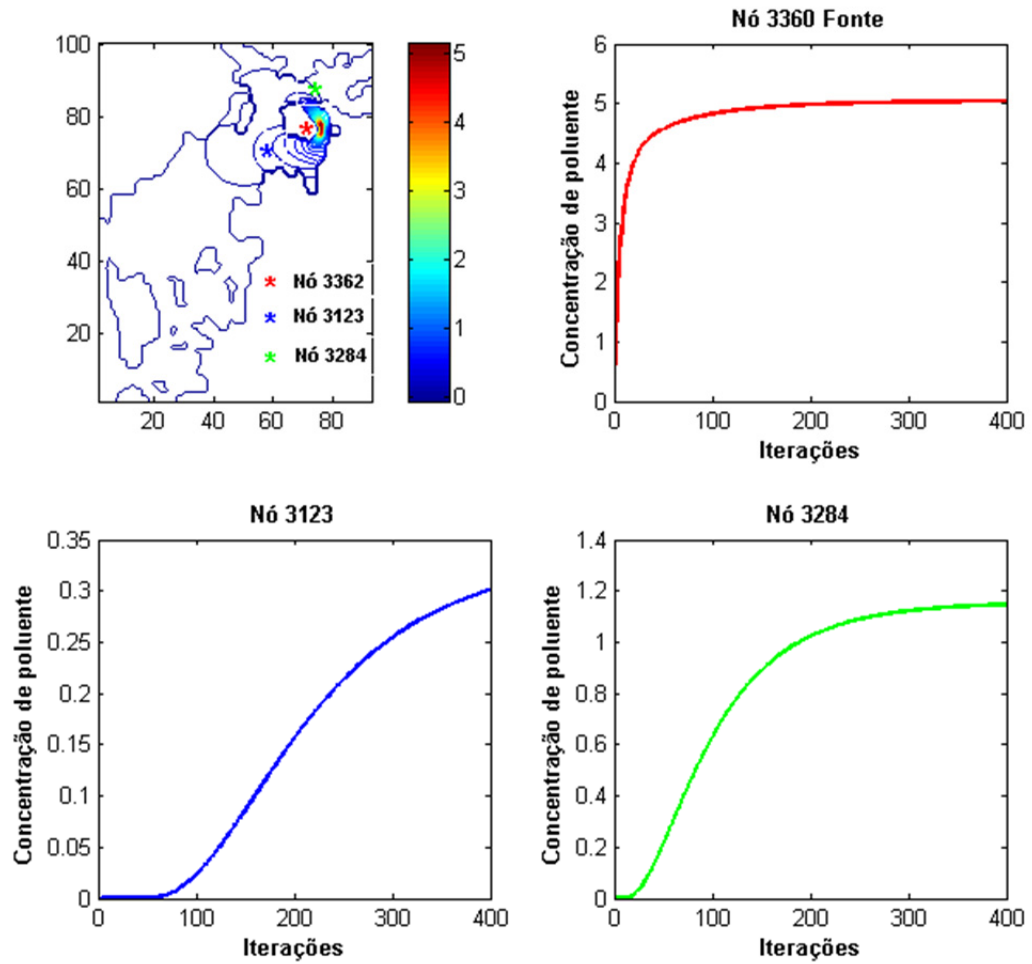


Figura 11: Viento Oeste, $u=-0,32$ km/h $v=0,0$ km/h.

Para este escenario vemos que la concentración máxima de contaminación es aproximadamente 5 uc.

5.4. Escenario 4

En este escenario mostramos la dispersión de contaminantes con solo una fuente fija registrada en el puente ÉI Pinal descritas en los tres escenarios anteriores con viento Suroeste, viento Sur y el viento Oeste.

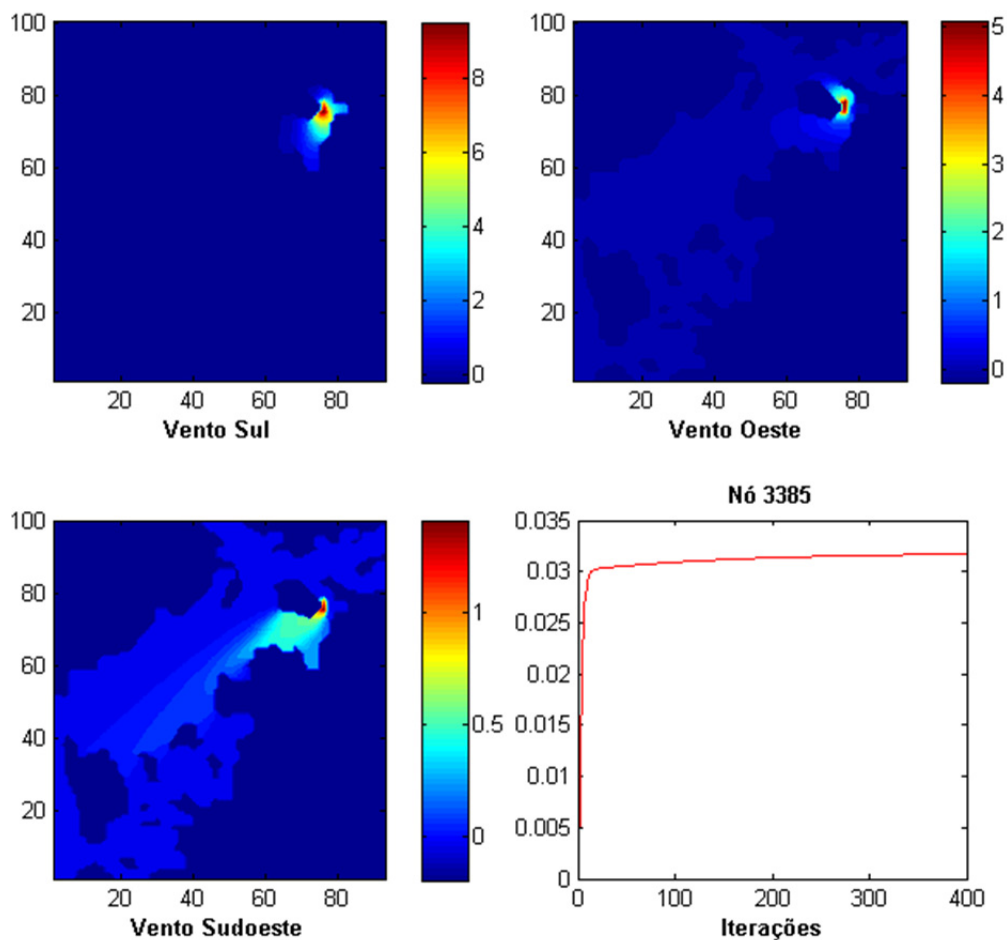


Figura 11: Dispersión de contaminantes con fuentes en el puente ÉI Pinal, con vientos Sur, Oeste Y Suroeste.

Como podemos ver en este escenario se muestra un breve resumen de los escenarios anteriores, donde se puede observar la dispersión de contaminantes bajo el efecto de los vientos más predominantes de la bahía, en este caso podemos ver que el viento más favorable para disolver la concentración de contaminantes es el viento suroeste con aproximadamente concentración máxima de 1.4 uc.

A continuación describimos un escenario para la dispersión de contaminantes con otras posibles fuentes latentes en la zona urbana y en la zona rural de las cuales se tiene un registro verbal.

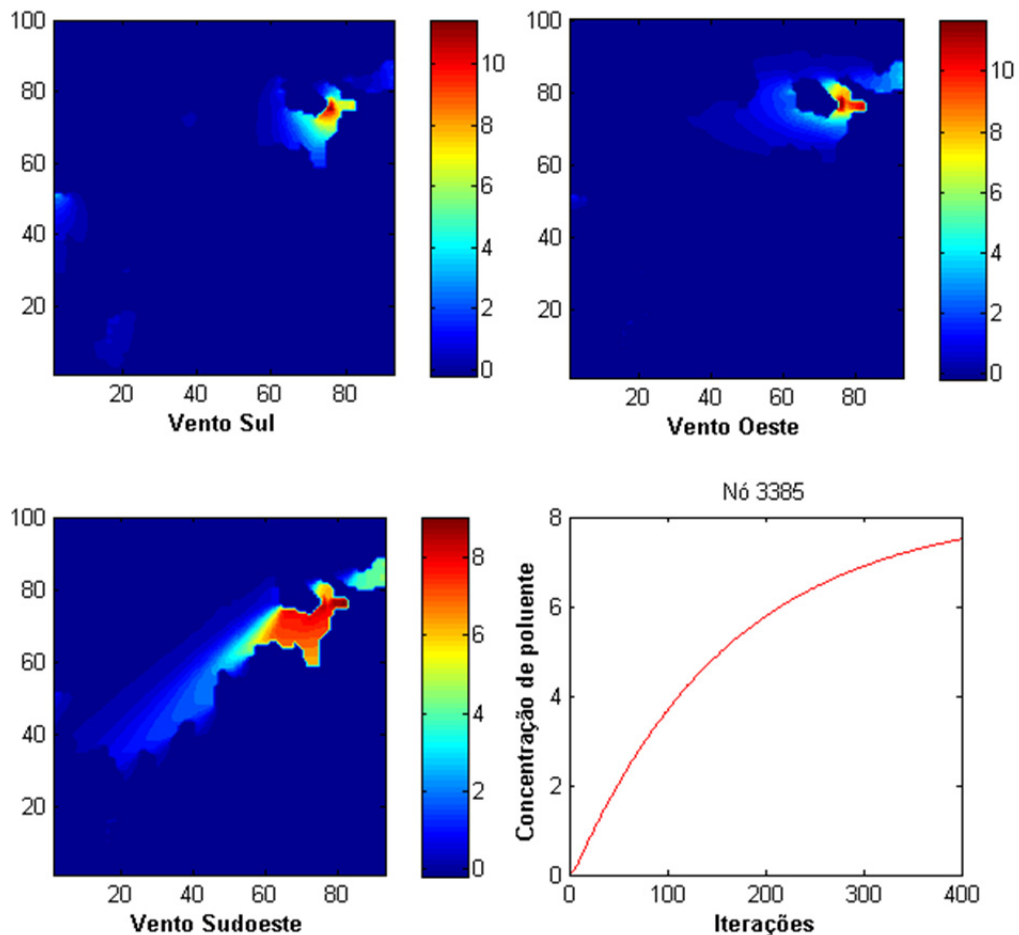


Figura 11: Dispersión de contaminantes, con varias posibles fuentes, con vientos Sur, Oeste y Suroeste.

6. Conclusiones

Fue simulado la dispersión de contaminantes sobre la bahía de Buenaventura y confirmado algunos resultados de investigaciones anteriores sobre los niveles de contaminación por vertimientos de aguas residuales en el puente Él Pinal.

Según nuestras simulaciones las direcciones de los vientos predominantes y la geomorfología de la bahía hacen que la concentración de contaminantes en el sector del Pinal sea mayor.

La importancia de la circulación de los vientos, según el resultado obtenido de las simulaciones, es que ayuda a transportar las aguas residuales de un lugar a otro en la bahía, reduciendo así, la concentración de estas en lugares cercanos a las fuentes contaminadoras.

El modelo adoptado para la simulación es una buena herramienta para el diagnóstico y evaluación del estado de las aguas, para buscar estrategias de preservación y protección de los recursos hídricos.

Podemos dar una estimativa del tiempo de recuperación de las aguas si las entidades gubernamentales implementaran mecanismos de mitigación al problema de las redes de alcantarillado sin tratamiento que desembocan directamente en el mar.

7. Objetivos futuros

La bahía de Buenaventura no solo sufre el problema de contaminación por aguas residuales pues presenta contaminación por la industria pesquera, Aserrios, refinerías de petróleo, residuos industriales, agro tóxicos entre otros ver PNUMA (1999) por lo que aún falta mucho estudios por hacer al respecto.

La bahía de Buenaventura posee gran diversidad de fauna y flora los cuales están siendo afectados por la contaminación presente. Aprovechando los resultados de las aproximaciones numéricas de la concentración de contaminantes, queremos hacer el modelamiento matemático para la competición de especies nativas, bajo los efectos de contaminantes (Dinámica poblacional).

La vegetación predominante de la bahía son los bosques de manglar, amenazados por la tala. Con el desarrollo de esta investigación y algunas modificaciones podemos simular la recuperación del manglar y obtener una estimativa del tiempo de recuperación.

8. Bibliografía

- [1] Bassanezi Rodney C. and Castro Ferreira Wilson J. *Equações diferenciais: com aplicações*, Harbra, 1988.
- [2] Brice Carnahan and Herbert A Luther, *Applied numerical methods*, vol. 2.
- [3] Escobar J. César, *La bahía de buenaventura en apuros*, **60** (1998).
- [4] M Cristina C Cunha, *Métodos numéricos*, Editora da UNICAMP, 2003.
- [5] Régimen Legal de Bogotá D. C., *Decreto 1594 de 1984 nivel nacional*, (1984).
- [6] Leah Edelstein-Keshet, *Mathematical models in biology*, vol. 46, Siam, 1987.
- [7] Jairo Escobar, *La contaminación de los ríos y sus efectos en las áreas costeras y el mar*, vol. 50, United Nations Publications, 2003.
- [8] Neide Bertoldi Franco, *Cálculo numérico*, Pearson, 2006.

- [9] OSSO, Observatorio Sismológico del Suroccidente. Grupo de Investigación, *Evaluación de amenazas naturales y bases para la mitigación de riesgos en el área urbana de Buenaventura*, Informe Final (2000), no. 1, 17.
- [10] OSSO, *Evaluación de amenazas naturales y bases para la mitigación de riesgos en el área urbana de Buenaventura*, Síntesis taller de cartografía social (2000).
- [11] OSSO, *Evaluación de amenazas naturales y bases para la mitigación de riesgos en el área urbana de Buenaventura*, Informe Taller Comunitario (2000), no. 1, 1.
- [12] Randall J LeVeque, *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*, vol. 98, Siam, 2007.
- [13] Logística, *Los puertos marítimos colombianos se la juegan por la infraestructura*, Suplemento de Logística (2008), no. 1, 45-49.
- [14] Akira Okubo and Smon A Levin, *Diffusion and ecological problems: modern perspectives*, vol. 14, Springer, 2001.
- [15] PNUMA, Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente, *Diagnóstico regional sobre las actividades y fuentes terrestres de contaminación que afectan los ambientes marino, costero y dulceacuicola en el pacífico sudeste.*, Informe y estudios del programa de mares regionales del PNUMA N° (1999), no. 169, 17–25.
- [16] B.O.; W. Henao y G. Guzmán Posada, *Diagnóstico de la erosión y sedimentación en la zona costera del pacífico colombiano. invemar*, Serie Publicaciones Especiales No. 17, 2009.
- [17] Félix Suárez Reyes, *Buenaventura: Una ciudad-puerto, globalizante, diversa y multicultural*, 200 años de Iberoamérica (1810-2010) (2010), 2488–2507.
- [18] Marcia A Gomes Ruggiero and Vera LR Lopes, *Cálculo numérico*, Aspectos teóricos e (1997).
- [19] Vásquez Julio C. and Meyer, J.F.C.A, Comportamento evolutivo de descarga de água de produção decorrente de atividade offshore: Tratamento numérico e simulação computacional, Ph.D. thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2005. 50.
- [20] Cajas, G. D., e Meyer, J.F.C.A. Dispersão de poluentes na baía de Buenaventura: Modelagem matemática, e simulação computacional. Dissertação de Mestrado, IMECC, Universidade Estadual de Campinas, 2014.